



Polynom-Approximation

Man möchte für sehr viele Werte (x,y) eine möglichst genaue Gleichung per **Polynom-Approximation** erzeugen.

Polynome berechnen für alle Werte y abweichende Werte yi. Der Fehler für jeden Wert ist $r = y - y_i$.

Die Summe der Fehlerquadrate muss klein sein und den Wert 1.00 möglichst gut erreichen. Jeder Fehler wird quadriert, um negative Vorzeichen zu vermeiden und größere Fehler stärker zu gewichten.

Das Polynom sollte **keine Oszillationen (Welligkeiten) aufweisen**, insbesondere dann, wenn das Polynom differenzierbar sein soll, welches über die Steigung des Polynoms Auskunft gibt.

Am Beispiel von 2 Polynom-Approximationen (y1,y2) werden die Unterschiede gezeigt.

$$y1 = a + bx + cx^2 + dx^3 + ex^4 + fx^5 + gx^6 + hx^7 + ix^8 + jx^9 + kx^{10}$$

a	-3.9017042E+02	$r^2=0.98$
b	3.3047293E+01	
c	-1.1267919E+00	
d	2.1989777E-02	
e	-2.6550143E-04	
f	2.0654021E-06	
g	-1.0507566E-08	
h	3.4675302E-11	
i	-7.1408468E-14	
j	8.3289887E-17	
k	-4.1978445E-20	

Die Summe der Fehlerquadrate ist besser als in Polynom y2. Die Welligkeit ist zu gross und eignet sich nicht für eine differenzierbare Ableitung, um über die Steigung Auskunft zu geben.

$$y2 = (a + cx + ex^2)/(1 + bx + dx^2)$$

a	2.3680357E+01	$r^2=0.96$
b	-3.5563061E-03	
c	2.7797812E-01	
d	6.3461946E-06	
e	-7.4544055E-04	

Die Summe der Fehlerquadrate ist schlechter als in Polynom y1. Die Welligkeit ist jedoch beseitigt und eignet sich viel besser für eine Ableitung, um über die Steigung Auskunft zu geben.

Das ist der Grund, warum wir für alle thermodynamische Werte in unserer Software für die Berechnung von Wärmetauschern nur diesen Polynom-Typ, jedoch höheren Grades, verwenden.

$$y2 = (a + cx + ex^2 + gx^3 + ix^4)/(1 + bx + dx^2 + fx^3 + hx^4)$$

Wert x	Wert y	Gleichung y1	Gleichung y2
40.00	30.00	30.21	38.72
55.00	45.00	43.74	44.58
70.00	50.00	52.42	50.48
85.00	60.00	59.78	56.38
100.00	70.00	65.27	62.20
115.00	65.00	69.08	67.84
130.00	70.00	72.40	73.22
145.00	80.00	76.36	78.21
160.00	80.00	81.22	82.69
175.00	90.00	86.24	86.53
190.00	85.00	90.30	89.60
205.00	95.00	92.52	91.77
220.00	90.00	92.83	92.91
235.00	95.00	91.90	92.94
250.00	90.00	90.64	91.78
265.00	90.00	89.43	89.41
280.00	85.00	87.67	85.84
295.00	85.00	83.88	81.11
310.00	75.00	76.86	75.32
325.00	70.00	67.33	68.58
340.00	55.00	58.81	61.05
355.00	55.00	54.66	52.89
370.00	45.00	46.39	44.27





Spline-Interpolation

Die Spline-Interpolation ist eine Art der Funktionsnäherung, bei der eine neue Funktion erstellt wird, die genau durch einen gegebenen Satz von Datenpunkten verläuft.

Ein Spline n-ten Grades ist eine Funktion, die stückweise aus Polynomen höchstens n-ten Grades zusammengesetzt ist.

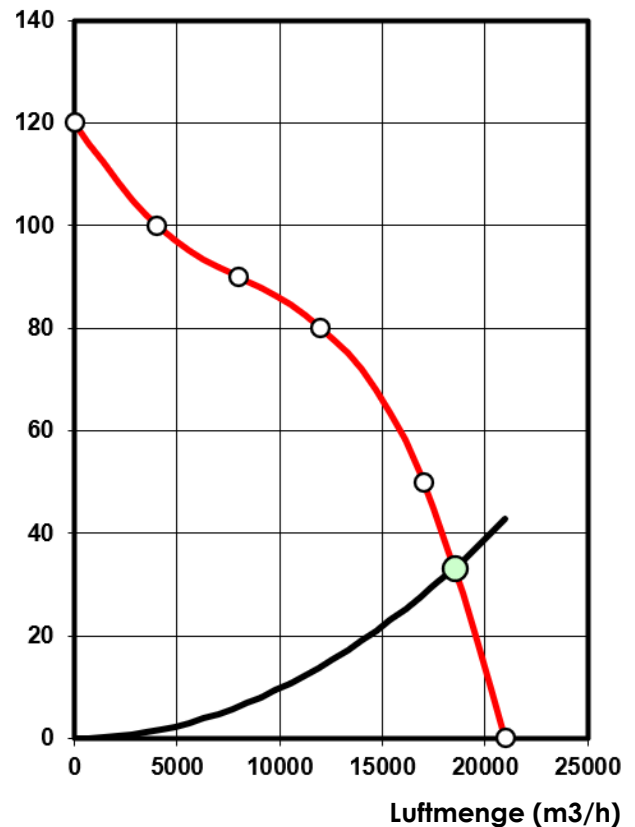
Dabei werden an den Stellen, an denen zwei Polynomstücke zusammenstossen, bestimmte Bedingungen gestellt, etwa dass der Spline (n-1)-mal stetig differenzierbar ist.

Durch die stückweise Definition sind Splines flexibler als Polynome und dennoch relativ einfach und glatt. Dadurch ergeben sich bei der Spline-Interpolation nicht die Nachteile, die durch die starke Oszillation (Welligkeit) von Polynom-Approximationen höheren Grades entstehen.

Wir verwenden kubische Splines, zum Beispiel für Ventilator-Kennlinien mit 6 Datenpunkten, also eine Spline-Interpolation mit 5 kubischen Gleichungen für eine Ventilator-Kennlinie, eine quadratische Druckabfall-Kennlinie eines Lamellenwärmetauschers und den Schnittpunkt zwischen Ventilator und Wärmetauscher.

$$y = a + bx + cx^2 + dx^3$$

Druckverlust (Pa)



Polynom differenzieren

Zum Abschluss kommen wir zurück auf den Grund, warum wir für alle thermodynamische Werte in unserer Software für die Berechnung von Wärmetauschern nur dieses Bruch-Polynom-Typ 4 Grades **ohne Oszillationen (Welligkeiten)** verwenden und wie sich dieser differenzieren lässt.

$$y = \frac{a + cx + ex^2 + gx^3 + ix^4}{1 + bx + dx^2 + fx^3 + hx^4} \rightarrow y = \frac{m(x)}{n(x)}$$

$$m = a + cx + ex^2 + gx^3 + ix^4 \rightarrow m' = c + 2ex + 3gx^2 + 4ix^3$$

$$n = 1 + bx + dx^2 + fx^3 + hx^4 \rightarrow n' = b + 2dx + 3fx^2 + 4hx^3$$

$$y' = \frac{nm' - mn'}{n^2}$$